

Fale stojące, czyli o słuchaniu dźwięków.

Konspekt lekcji fizyki dla uczniów szkoły ponadpodstawowej

W czasie lekcji uczniowie posiadający już pewną wiedzę o cechach fali akustycznej zapoznają się z charakterystyką dźwięku wydawanego przez wybrane źródła. Wyjaśnione zostanie jakie tony harmoniczne i dlaczego mogą być generowane w niektórych instrumentach muzycznych. Konspekt powstał z okazji **Festiwalu Sacrum Profanum 2022**, który promuje muzykę XX i XXI wieku. Tegoroczna edycja w szczególności skupia się na różnych, czasami niestandardowych czy też nieklasycznych sposobach wydobywania dźwięku oraz na możliwościach brzmieniowych instrumentów. Przystudiowanie programu wydarzenia, które odbywa się w Krakowie, lub obecność na koncercie może być dla uczniów wartością dodaną, doskonałym przykładem fuzji ścisłych zasad fizyki i sztuki.

Autorką scenariusza jest **Jadwiga Bendo**, dyplomowana nauczycielka fizyki w liceum ogólnokształcącym, egzaminator egzaminu maturalnego z fizyki, autorka, współautorka i recenzentka materiałów edukacyjnych.

Temat lekcji: Fale stojące, czyli o słuchaniu dźwięków

Autor: Jadwiga Bendo

Lekcja przeznaczona dla uczniów szkoły ponadpodstawowej realizujących rozszerzony program nauczania fizyki.

Realizowane są wymagania edukacyjne zgodnie z Podstawą Programową Kształcenia Ogólnego w Liceum Czteroletnim.

Wymagania ogólne

I. Wykorzystywanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.

III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie wyników.

V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.

Wymagania szczegółowe

Uczeń:

V. 7 (...) ilustruje zjawisko rezonansu mechanicznego na wybranych przykładach;

X.10 (...) stosuje zasadę superpozycji fal; wyjaśnia zjawisko interferencji fal; podaje warunki wzmocnienia i wygaszania się fal.

Czas przeznaczony na realizację: dwie jednostki lekcyjne

Metoda: wykład wspomagany elementami heurezy

Formy pracy: demonstracja uczniowska i nauczycielska, symulacje komputerowe

Materiały dydaktyczne: pomoce naukowe wymienione w opracowaniu: sprężyna, kamertony, gitara, naczynia z wodą

Przed przystąpieniem do lekcji uczeń zna:

- pojęcia: dźwięk oraz cechy dźwięku, takie jak: częstotliwość, długość fali, amplituda fali, natężenie dźwięku,
- zjawiska falowe: odbicie fali, interferencja fal, rezonans; potrafi określić warunki rezonansu oraz interferencyjnego wzmacniania i wygaszania się fal.

Plan lekcji:

1. Demonstracja zjawiska powstawania fali stojącej (pokaz i symulacje komputerowe).
2. Opis matematyczny – warunki powstawania fali stojącej.
3. Zastosowania (a także konsekwencje) fal stojących – dwa pokazy nauczycielskie.
4. Zadania rachunkowe.
5. Rekapitulacja – nowe ważne pojęcia i określenia (wymienione), wskazanie sytuacji występowania fal stojących (próba odwołania się do doświadczeń życiowych uczniów).
6. Zadanie domowe.

Przebieg lekcji

1. **Pokaz fali stojącej otrzymanej na linii lub sprężynie.**

Wybrani uczniowie stają naprzeciwko siebie w odległości odpowiadającej długości linii i instruowani przez nauczyciela generują falę stojącą. W czasie pokazu uczniowie zmieniają częstotliwość impulsów falowych. Pozostali uczniowie obserwują pokaz i wskazują istotne cechy efektu, odwołując się do znanych sobie pojęć i zjawisk falowych.

Przykładowe potencjalne wnioski uczniów:

- wywołane fale odbijają się na końcach linii,
- fale padająca i odbita interferują ze sobą,
- widoczne są punkty, w których lina jest nieruchoma i punkty, w których wychylenie liny jest największe,
- ilość punktów wskazanych powyżej zależy od częstotliwości impulsów falowych.

Obserwacje:

– zostają sformułowane i zapisane tak, aby określono pojęcie węzła fali stojącej i strzałki fali stojącej.

Na długości liny zaobserwowano tzw. węzły i strzałki fali. **Węzłem fali** nazywamy punkt, który wskutek interferencji (wygaszenia) pozostaje nieruchomy. **Strzałką fali** nazywamy punkt, który wskutek interferencji (wzmocnienia) ma w danej chwili wychylenie większe lub równe od wychyleń pozostałych drgających punktów.

Wyjaśnienie obserwowanego efektu:

– zostaje sformułowane i zapisane w sposób odwołujący się do zjawiska odbicia i interferencji fal. Zostaje podkreślone znaczenie ograniczenia ośrodka, w którym rozchodzą się fale padająca i odbita (punkt zamocowania) oraz fakt zmiany fazy fali odbitej na przeciwną w wyniku odbicia od ośrodka sztywniejszego niż ten, w którym rozchodzi się fala.

Obserwowany efekt to fala stojąca powstająca wskutek interferencji fal padającej i odbitej propagujących w ograniczonym ośrodku. Na kierunku rozchodzenia się fali wyróżniają się tzw. węzły i strzałki fali. W punktach krańcowych (zamocowania) fale padająca i odbita mają fazy przeciwne, ponieważ następuje odbicie od ośrodka sztywniejszego niż ten, w którym rozchodziła się fala.

Jako ilustracje wykonanego pokazu mogą zostać zaprezentowane i omówione symulacje:

- zjawisko interferencji dwóch przeciwbieżnych ciągów fal prowadzące do powstania fali stojącej – [LINK](#)
- zmianę fazy fali lub brak tej zmiany w wyniku odbicia na krańcach struny – [LINK](#)
- zjawisko powstawania tonu podstawowego i wyższych tonów harmonicznnych w ograniczonym ośrodku – [LINK](#)

2. Fale stojące – opis matematyczny.

Oznaczenia użyte w obydwu wyprowadzeniach i rysunkach:

n – liczba naturalna, $n = 1, 2, 3, \dots$

l – długość struny lub słupa powietrza

λ – długość fali

λ_0 – długość fali tonu podstawowego

λ_n – długość fali wyższych tonów harmonicznnych

f – częstotliwość fali

f_0 – częstotliwość tonu podstawowego

f_n – częstotliwość wyższych tonów harmonicznnych

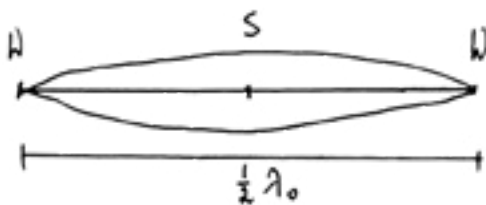
v – szybkość rozchodzenia się fali w ośrodku

W – węzeł fali stojącej

S – strzałka fali stojącej

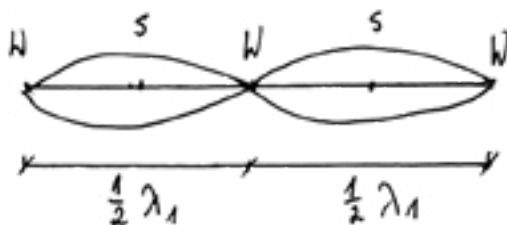
Analiza drgań rozchodzących się na dwustronnie zamocowanej strunie o zadanej długości l . Wyprowadzenie równań opisujących częstotliwości tonu podstawowego struny i wyższych tonów harmonicznych.

$n=1$



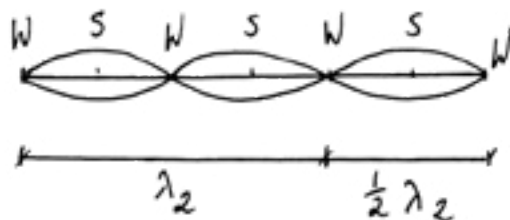
Rysunek 1a

$n=2$



Rysunek 1b

$n=3$



Rysunek 1c

Komentarz do wyprowadzenia wzoru

Na krańcach struny występują węzły fali, a na długości struny musi znaleźć się całkowita wielokrotność połowy długości fali. Co zapisano poniżej:

$$l = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Po skorzystaniu ze związku pomiędzy długością fali a jej częstotliwością:

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

otrzymujemy ogólne równanie na częstotliwość fali stojącej na dwustronnie zamocowanej strunie w postaci:

$$f_n = \frac{nv}{2l}$$

Dla $n = 1$ powstaje tzw. ton podstawowy, czyli dźwięk o najmniejszej częstotliwości (najniższy) określonej wzorem:

$$f_o = \frac{v}{l}$$

oraz kolejne tony harmoniczne o następujących częstotliwościach:

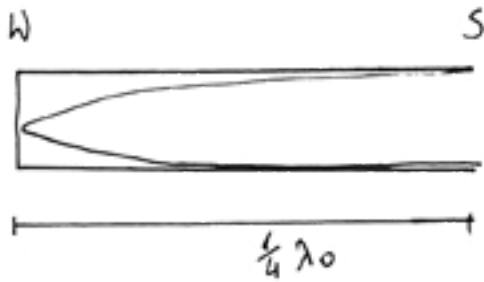
$$\text{dla } n = 2 \quad f_1 = \frac{2v}{2l}$$

$$\text{dla } n = 3 \quad f_2 = \frac{3v}{2l}$$

Powyżej wyprowadzone zależności mają zastosowanie w przypadku instrumentów strunowych, do których należą, m.in: skrzypce, altówka, wiolonczela, kontrabas, gitara, harfa, ale również fortepian lub klawesyn.

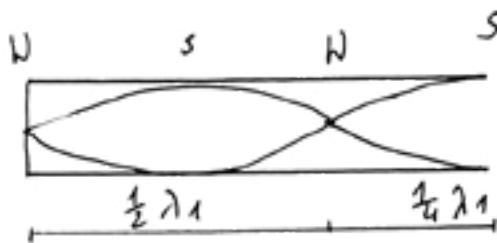
Analiza drgań rozchodzących się w jednostronnie zamkniętym słupie powietrza o zadanej długości l . Wyprowadzenie równania opisującego częstotliwości tonu podstawowego w ww. słupie powietrza i wyższych tonów harmonicznym.

n=1



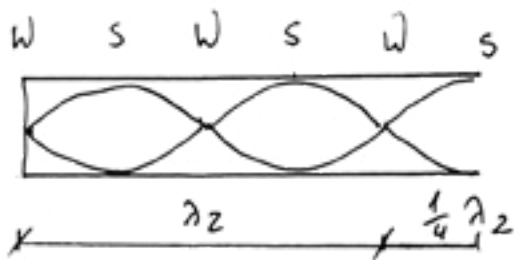
Rysunek 2a

n=2



Rysunek 2b

n=3



Rysunek 2c

Komentarz do wyprowadzenia wzoru

Na powierzchni zamykającej słup powietrza występuje węzeł fali, a na otwartym krańcu strzałka. Na długości słupa powietrza musi znaleźć się nieparzysta wielokrotność jednej czwartej długości fali. Co zapisano poniżej:

$$l = (2n - 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$$

Po skorzystaniu ze związku pomiędzy długością fali a jej częstotliwością:

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

otrzymujemy ogólne równanie opisujące częstotliwość fali stojącej w jednostronnie zamkniętym słupie powietrza w postaci:

$$f_n = \frac{(2n - 1)v}{4l}$$

Dla $n = 1$ powstaje tzw. ton podstawowy, czyli dźwięk o najmniejszej częstotliwości (najniższy) określony wzorem:

$$f_o = \frac{v}{4l}$$

oraz kolejne tony harmoniczne:

$$\text{dla } n = 2 \quad f_1 = \frac{3v}{4l}$$

$$\text{dla } n = 3 \quad f_2 = \frac{5v}{4l}$$

Powyżej wyprowadzone zależności mają zastosowanie w przypadku instrumentów dętych, takich jak: flet, trąbka, puzon, waltornia, klarnet czy organy. W instrumentach tych dźwięk jest kontrolowany przez słup powietrza zamknięty w rurze.

Uogólnienie

Fala stojąca jest wynikiem interferencji fali padającej i odbitej, zachodzącej w ograniczonym ośrodku. Miejsca stałego wygaszania się fal nazywane są **węzłami**. Miejsca, w których fale się wzmacniają, dając wychylenie większe lub równe wychyleniom wszystkich innych punktów na promieniu fali, nazywamy **strzałkami**. Dwa sąsiednie węzły i dwie sąsiednie strzałki są odległe od siebie o pół długości fali.

Dla pewnych (tzw. **rezonansowych**) częstotliwości drgań pobudzających w danej przestrzeni powstaje fala stojąca.

Wyjaśnienie nazwy „fale stojące” odwołuje się do transportowanej energii. W przypadku dwóch przeciwbieżnych ciągów falowych energia nie jest efektywnie przenoszona w ośrodku. Wyraznym tego potwierdzeniem są węzły o stale zerowej energii kinetycznej.

W tym miejscu nauczyciel może pokazać, w jaki sposób pojęcia poznane na lekcji oraz wyprowadzone wzory przekładają się na zjawiska w muzyce i odbiór muzyki. Podsumowanie można rozpocząć od powtórzenia informacji na temat cech dźwięku, choć generalnie należy założyć, że uczniowie tę wiedzę posiadają.

Do podstawowych cech dźwięku w muzyce należą:

- wysokość dźwięku, której fizyczną miarą jest częstotliwość,
- natężenie dźwięku, którego fizyczną miarą jest moc przenoszona przez falę przypadającą na jednostkowe pole powierzchni,
- głośność dźwięku,
- barwa dźwięku.

W instrumentach strunowych źródłem dźwięku są struny, ale sposób wprowadzenia ich w ruch się różni: może to być smyczek, szarpnięcie palcem (gitara) lub specjalnym piórkiem (plektronem – w klawesynie) czy uderzenie młoteczką (fortepian).

Ton jest dźwiękiem najprostszym, jest pojedynczą falą harmoniczną (sinusoidalną). Dźwięk jest złożeniem tonów.

Dźwięki wydawane przez instrumenty są złożone z kilku lub kilkunastu tonów. Wielość tonów decyduje o barwie dźwięku – dzięki temu jesteśmy w stanie odróżnić brzmienie skrzypiec od wiolonczeli czy fortepianu. Na barwę wpływa również sposób zachowania tonów – np. jak szybko one zanikają czy z jaką intensywnością – oraz ich wielość (im więcej wyższych harmonicznym, tym bogatsza barwa).

Ton podstawowy (pierwsza harmoniczna) ma najniższą częstotliwość i to on określa wysokość dźwięku. Dla większości instrumentów muzycznych wyższe harmoniczne mają częstotliwości będące wielokrotnością częstotliwości tonu podstawowego.

W tym miejscu nauczyciel może zaprezentować różnice w brzmieniu wybranych instrumentów, puszczając krótkie nagrania (np. skrzypiec, fortepianu, trąbki).

Ciekawostka

Na dźwięk instrumentów muzycznych składają się różne tony harmoniczne – jak widzieliśmy na wybranych przykładach. Zbiór tych tonów nazywamy widmem dźwięku. Dźwięk wydobywany z instrumentu ma znacznie bardziej uporządkowane relacje między tonami niż dźwięki z innych źródeł.

Na uporządkowanie widma dźwięku instrumentów muzycznych strunowych i dętych wpływa źródło dźwięku oraz konkretna, regularna budowa tychże instrumentów, a także ukształtowanie części rezonansowych instrumentów (wzmacniających drgania). Nie każde jednak skrzypce czy gitara brzmią równie pięknie. Wytwarzanie instrumentów o pięknym brzmieniu jest sztuką. Wiele zależy tutaj od wyboru materiału (np. rodzaju drewna), wyprofilowaniu poszczególnych elementów (np. płyty rezonansowej) oraz wiedzy i wycień. Stworzenie instrumentu o wyjątkowej, zachwycającej barwie jest wynikiem połączenia ścisłego umysłu z artystyczną duszą i rzemieślniczymi umiejętnościami.

3. Fale stojące w praktyce.

- **Miejsca lepsze i gorsze do odbioru słuchania dźwięku (strzałka, węzeł).**

W przestrzeni, gdzie rozbrzmiewa muzyka, zachodzi zjawisko interferencji fal. Mogą być więc takie obszary, na terenie których niektóre częstotliwości osłabiają się lub wzmacniają. W szczególnym przypadku możemy znaleźć punkty lokalnego wygaszenia dźwięku.

- **Długość struny (lub drgającego słupa powietrza) decyduje o częstotliwości tonu podstawowego, czyli o wysokości dźwięku.**

Za pomocą gitary akustycznej nauczyciel demonstruje, w jaki sposób wysokość tonu podstawowego zależy od długości struny.

Unieruchamiając wybrany punkt struny na gryfie gitary, możemy zmieniać długość pobudzanej do drgań części struny. Zmieniamy przez to długość fali, a tym samym jej częstotliwość, czyli wysokość.

- **Znaczenie zjawiska rezonansu dla wzmocnienia sygnału akustycznego.**

Zestaw kamertonów o różnej częstotliwości, przygotowane naczynia wypełnione wodą, różniące się wysokością słupa powietrza ponad zwierciadłem cieczy. Nauczyciel przeprowadza pokaz użycia fali stojącej dla odpowiednio dobranej wysokości słupa powietrza (tak, aby słyszane było wzmocnienie dźwięku w jednym przypadku i jego brak w drugim).

Przebieg pokazu:

Nauczyciel najpierw demonstruje dźwięk kamertonu, a następnie ten sam kamerton pobudza do drgań bezpośrednio nad naczyniem z wodą.

Wnioski z przeprowadzonego pokazu

Wzmocnienie dźwięku wydawanego przez kamerton zostanie usłyszane tylko dla wybranych długości słupów powietrza. Zgodnie z wyprowadzeniem powyżej stanie się to, jeżeli długość słupa powietrza ponad zwierciadłem wody w naczyniu zostanie tak dobrana, aby stanowiła nieparzystą wielokrotność jednej czwartej długości fali akustycznej wysyłanej przez kamerton i rozchodzącej się w powietrzu.

Ciekawostka

Zanim orkiestra symfoniczna w filharmonii rozpocznie koncert, musi się najpierw nastroić. Prawie wszystkie instrumenty stroją się do tonu podstawowego przyjętego jako wzorzec – jest to ton o częstotliwości 440Hz, czyli dźwięk a^1 (a razkreślne). Każdy muzyk klasyczny posiada w domu klasyczny kamerton, który wydaje z siebie właśnie taki dźwięk.

4. Zadania rachunkowe.

1. Gwizdek (piszczalka zamknięta z jednego końca) wydaje ton podstawowy o częstotliwości 2750 Hz. Prędkość dźwięku w powietrzu ma wartość 330 m/s. Oblicz długość gwizdka. (Opracowanie na podstawie materiałów CKE, matura próbna, listopad 2004).

2. Częstotliwość tonu podstawowego struny gitarowej była równa f . Skrócono strunę o 10 % jej długości początkowej. Oblicz częstotliwość tonu podstawowego skróconej struny.

5. **Rekapitulacja – czas na swobodne wypowiedzi uczniów na zadawane pytania nauczyciela. Zaproszenie na festiwal Sacrum Profanum 2022.**

Nauczyciel zadaje pytania dotyczące wiadomości kluczowych z lekcji, np.

- Co to jest fala stojąca?
- Kiedy powstaje fala stojąca?
- Co to jest węzeł fali, strzałka fali?
- Czym różni się widmo ciągłe od dyskretnego?
- Czy widmo dźwięku struny jest ciągłe czy dyskretno?
- Co decyduje o barwie dźwięku?

W ramach podsumowania lekcji nauczyciel może również opowiedzieć o festiwalu Sacrum Profanum oraz o programie bieżącej edycji (2022).

W orkiestrze symfonicznej znajdują się również instrumenty wydające dźwięki nieposiadające określonej wysokości lub o wysokości trudnej do ustalenia, dźwięki o bardziej złożonym widmie. W większości są to instrumenty perkusyjne.

Generalnie jednak w europejskiej muzyce klasycznej przez długi czas unikano takich brzmień i wykorzystywania szumów, zgrzytów czy chrzęstów. Dopiero wiek XX przyniósł fascynację takimi zjawiskami dźwiękowymi oraz rozszerzenie pojęcia muzyki. Był to czas eksperymentów, poszukiwania nowych brzmień, tworzenia nowych instrumentów.

Festiwal Sacrum Profanum, odbywający się w Krakowie jesienią, poświęcony jest właśnie muzyce XX i XXI wieku, muzyce najnowszej, często awangardowej. To wydarzenie muzyczne nast-

wione na eksperyment oraz na poszukiwanie nowego.

Program tegorocznej, dwudziestej już edycji, w szczególności skupia się na brzmieniu, na instrumentach – zwłaszcza tych rzadkich, nieczęsto słyszanych na scenach muzycznych – oraz na sposobach wydobycia dźwięków. Uczestnicy koncertów będą mogli usłyszeć cytrę, harfę elektryczną, organy, zespół złożony ze 100 cymbałów oraz zespół 12 gitar elektrycznych.

Udział w festiwalu może stanowić doskonałe uzupełnienie zajęć z zakresu fal dźwiękowych i parametrów dźwięku.

6. Zadanie domowe.

1. Rozważ problem (zadanie obowiązkowe dla wszystkich uczniów).

Czy naprężenie struny gitarowej (linki) ma wpływ na wysokość jej tonu podstawowego? Rozważ problem, odwołując się do znanych Ci zależności fizycznych i własnych obserwacji.

2. Wykonaj doświadczenie domowe – grające kieliszki (zadanie fakultatywne).

Ustaw na stole dwa/trzy jednakowe kieliszki napełnione wodą tak, aby wysokości słupów powietrza ponad zwierciadłem wody były **różne**. Pocierając ruchem kolistym palcem o górną krawędź kieliszka, wywołaj falę akustyczną w powietrzu. Nagraj dźwięk i wyjaśnij obserwowany efekt, odwołując się do nazw zachodzących zjawisk fizycznych.